

**Решения Межрегиональной заочной олимпиады 2010 года
10 класс**

Задания по физике

(на конверте указывается **Ф-10**)

1. На веревке в петле в горизонтальном положении висит полено, один конец которого толще другого. Полено разрезают в том месте, где была петля. Одинаковы ли массы получившихся частей?

Массы получившихся частей не одинаковы.

Т.к. полено висит в горизонтальном положении, то оно находится в равновесии, а значит, петля находится в центре масс полена.

Тело, имеющее неподвижную ось вращения (в данном случае совпадающее с точкой подвеса), находится в равновесии, если алгебраическая сумма моментов всех приложенных к телу сил относительно этой оси равна нулю:

$$M_1 + M_2 = 0$$

При этом момент силы равен:

$$M_i = R_i \cdot F$$

$$F_i = m_i \cdot g \cdot R_i$$

Т.к. один конец полена толще другого, то

$$R_1 \neq R_2$$

А значит

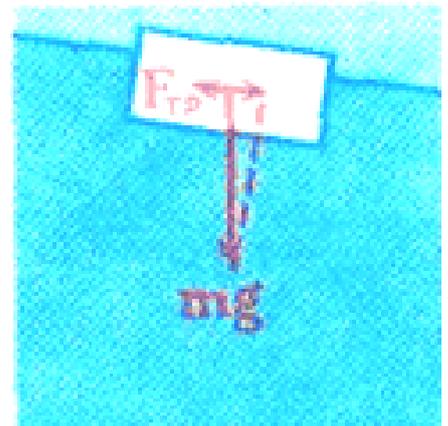
$$m_1 \neq m_2$$

2. Вниз по реке плывет плот. Двигается ли он относительно воды? Если да, то в какую сторону? Чем объясняется это движение?

Ходкость - способность плота двигаться быстрее потока, в котором он находится. Собственная скорость плота ничтожна и становится заметной только на горных реках с большим уклоном. Природа собственной скорости плота относительно потока подобна скорости саней, съезжающих с горки. Разница лишь в том, что поток движется и тем самым маскирует собственную скорость плота.

Поверхность реки образует наклонную плоскость. Если тело не перемещается относительно воды, то действующая на него сила трения равна нулю.

Поэтому составляющая силы тяжести, параллельная воде будет разгонять ее до тех пор, пока ее не уравновесит сила трения о воду (при малых скоростях пропорциональная скорости тела). При этом тело будет плыть со скоростью



большой скорости течения.

3. В ванну за одну секунду вливается $m = 0,01$ кг воды, нагретой до температуры $T_1 = 50^\circ\text{C}$. Известно, что теплоотдача от ванны составляет $Q = k(T - T_0)$, где $k = 100$ Дж/(с·°C), $T_0 = 20^\circ\text{C}$ - температура окружающего воздуха. Определите установившуюся температуру воды в ванне, если уровень воды поддерживается постоянным за счет вытекания ее из ванны. Считайте, что втекающая вода успевает полностью перемешаться с водой, которая была в ванне. Удельная теплоемкость воды $c = 4200$ Дж/(кг·°C).

Дано:

$$m = 0.01 \text{ кг}$$

$$T_1 = 50^\circ\text{C} = 323^\circ\text{K}$$

$$Q = k \cdot (T - T_0)$$

$$k = 100 \frac{\text{Дж}}{\text{с} \cdot \text{C}}$$

$$T_0 = 20^\circ\text{C} = 293^\circ\text{K}$$

$$c = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{C}^\circ}$$

$T - ?$

Решение:

Пусть T — установившаяся температура воды в ванне. За время Δt в ванну поступает масса $m\Delta t$ нагретой воды. Она перемешивается с водой, которая уже была в ванне, и остывает от температуры T_1 , отдавая количество теплоты

$$Q = Cm\Delta t(T_1 - T)$$

По закону сохранения энергии это количество теплоты равно

$$Q = k(T - T_0)\Delta t$$

Приравняв правые части выражений получим уравнение:

$$C \cdot m \cdot (T_1 - T) = k \cdot (T - T_0)$$

$$k \cdot T + C \cdot m \cdot T = C \cdot m \cdot T_1 + k \cdot T_0$$

Откуда выразим искомую температуру:

$$T = \frac{(C \cdot m \cdot T_1 + k \cdot T_0)}{(k + C \cdot m)}$$

$$T = \frac{\left(4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{C}^\circ} \cdot 0.01 \text{ кг} \cdot 323^\circ\text{K} + 100 \frac{\text{Дж}}{\text{с} \cdot \text{C}} \cdot 293^\circ\text{K} \right)}{\left(100 \frac{\text{Дж}}{\text{с} \cdot \text{C}} + 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{C}^\circ} \cdot 0.01 \text{ кг} \right)} = 302\text{K} = 29^\circ\text{C}$$

Ответ: 29°C .

4. По гладкому горизонтальному столу скользит однородная линейка длиной 50 см. В некоторый начальный момент времени скорости концов линейки направлены перпендикулярно к ней в разные стороны и равны $v_1 = 10 \text{ см/с}$ и $v_2 = 30 \text{ см/с}$. Какая скорость v будет у центральной точки линейки через время $t = 5 \text{ с}$ после начального момента? За какое время τ от начального момента линейка повернется на угол 90° от исходного положения?

| Дано: | СИ: |
|---------------------------------------|-----------------------------------|
| $l = 50 \text{ см}$ | $= 0.5 \text{ м}$ |
| $v_1 = 10 \frac{\text{см}}{\text{с}}$ | $= 0.1 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ |
| $v_2 = 30 \frac{\text{см}}{\text{с}}$ | $= 0.3 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ |
| $\alpha = 90^\circ \text{ с}$ | |
| $t = 5 \text{ с}$ | |
| $v - ?$ | |
| $\tau - ?$ | |

Решение:
Учитывая, что угловые скорости концов линейки одинаковы и равны:

$$\omega = \frac{v_1}{r} = \frac{v_2}{l - r}$$

Найдем расстояние до оси вращения:

$$v_1 \cdot (l - r) = v_2 \cdot r$$

$$r = \frac{v_1 \cdot l}{v_1 + v_2}, \quad r = \frac{0.1 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 0.5 \text{ м}}{0.1 \frac{\text{м}}{\text{с}} + 0.3 \frac{\text{м}}{\text{с}}} = 0.125 \text{ м}$$

Центральная точка линейки находится на расстоянии 0.25 м от края линейки и вращается по окружности радиусом:

$$R = (0.25 - 0.125) \text{ м} = 0.125 \text{ м}$$

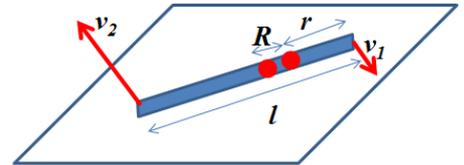
При той же угловой скорости она будет иметь линейную скорость, равную:

$$v = \omega \cdot R = \frac{v_1}{r} \cdot R, \quad v = \frac{0.1 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{0.125 \text{ м}} \cdot (0.125 \text{ м}) = 0.1 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Т.е. она движется центрально симметрично одному концу линейки.

В движущейся системе отсчёта центр масс линейки покоится. Следовательно, скорость центра масс линейки в неподвижной системе отсчёта равна 0,1 м/с. Так как стол горизонтальный и гладкий, то импульс, а значит, и скорость центра масс линейки остаются неизменными. Поэтому через время $t = 5 \text{ с}$ после начального момента времени (как, впрочем, и через любой другой промежуток времени) скорость центральной точки линейки будет равна 0,1 м/с.

Перейдём в систему отсчёта, движущуюся со скоростью $(v_2 - v_1)/2$ в направлении скорости v_2 . В движущейся системе отсчёта концы линейки имеют скорости $(v_1 + v_2)/2$, направленные перпендикулярно линейке в разные стороны. Следовательно, в этой системе отсчёта линейка совершает только вра-



щательное движение вокруг центральной точки, поворачиваясь на угол $\pi/2$ за время

$$\tau = \frac{\frac{\pi}{2} \cdot R}{\frac{(v_1 + v_2)}{2}} = \frac{\pi \cdot R}{(v_1 + v_2)}, \quad \tau = \frac{\pi \cdot 0.125 \text{ м}}{\left(0.1 \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}} + 0.3 \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)} = 1 \text{ с}$$

Ответ: 10 см/с; 1 с.

5. Тело массой $M = 10 \text{ кг}$ подвешено в лифте при помощи трех одинаковых легких веревок, натянутых вертикально. Одна из них привязана к потолку лифта, две другие – к полу. Вертёвки натянуты так, что в покое натяжение каждой из нижних веревок составляет $F_0 = 5 \text{ Н}$. Найдите силу натяжения верхней верёвки при ускорении лифта, равном $a_1 = 1 \text{ м/с}^2$ и направленном вверх. То же – при величине ускорения лифта $a_2 = 2 \text{ м/с}^2$. Ускорение свободного падения принять равным $g = 9,8 \text{ м/с}^2$.

Дано:

$$M = 10 \text{ кг}$$

$$F_0 = 5 \text{ Н}$$

$$a_1 = 1 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$a_2 = 2 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$g = 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$$F_1 - ?$$

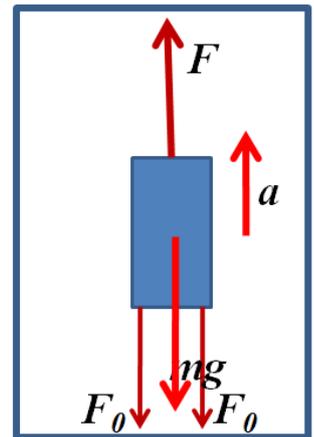
$$F_2 - ?$$

Решение:

Когда груз вместе с лифтом движется с направленным вверх ускорением a , то верёвка сверху немного растягивается (её натяжение F увеличивается), а нижние верёвки на столько же укорачиваются, если ещё остаются натянутыми. Обозначим жёсткость одной верёвки k и растяжение верхней верёвки x .

Запишем второй закон Ньютона для системы в неподвижном состоянии:

$$F - M \cdot g - 2F_0 = 0$$



Т.е. сила натяжения верхней верёвки в нерастянтом состоянии равна:

$$F = M \cdot g + 2 \cdot F_0,$$

$$F = 10 \text{ кг} \cdot 9,8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} + 2 \cdot 5 \text{ Н} = 108 \text{ Н}$$

При движении вверх с ускорением a :

$$(F + k \cdot x) - M \cdot g - (2F_0 - 2 \cdot k \cdot x) = M \cdot a$$

Отсюда

$$3 \cdot k \cdot x = M \cdot (a + g) + 2 \cdot F_0 - F$$

Учитывая, что $F - M \cdot g - 2F_0 = 0$, получим:

$$3 \cdot k \cdot x = M \cdot a + (Mg + 2 \cdot F_0 - F) = M \cdot a, \quad k \cdot x = \frac{M \cdot a}{3}$$

Итак, при движении лифта с ускорением $a_1 = 1 \text{ м/с}^2$ натяжение каждой из нижних верёвок составляет

$$F_0' = F_0 - \frac{M \cdot a_1}{3}, \quad F_0' = 5\text{Н} - \frac{10\text{кг} \cdot 1 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{3} = 1.7\text{Н}$$

Т.е. они натянуты, значит, натяжение верхней веревки будет равно:

$$F_1 = F + k \cdot x = F + \frac{M \cdot a_1}{3}$$

$$F_1 = 108\text{Н} + \frac{10\text{кг} \cdot 1 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{3} = 111\text{Н}$$

При движении лифта с ускорением $a_2 = 2 \text{ м/с}^2$, натяжение каждой из нижних верёвок будет равно:

$$F_0' = F_0 - \frac{M \cdot a_2}{3},$$

$$F_0' = 5\text{Н} - \frac{10\text{кг} \cdot 2 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{3} = -1.7\text{Н}$$

Т.е. сила натяжения поменяет направление и второй закон Ньютона запишется в виде:

$$F_2 - M \cdot g + 2F_0'' = M \cdot a_2$$

Откуда сила натяжения верхней веревки будет равна:

$$F_2 = M \cdot g + M \cdot a_2 - 2F_0''$$

$$F_2 = 10\text{кг} \cdot 9.8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} + 10\text{кг} \cdot 2 \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2} - 2 \times 1.7\text{Н} = 115\text{Н}$$

Ответ: 111 Н; 115 Н.