

Всероссийский заочный физико-математический лицей "Авангард"

Задания XVI-й Межрегиональной заочной физико-математической олимпиады для школьников 6-10 классов

Вариант 9 класса (на конверте указывается – Ф 9)

9.1. Два экскурсионных автобуса со школьниками должны были отправиться из Москвы в Санкт-Петербург, но один из автобусов задержался с отправлением. Когда задержавшийся автобус выехал, первый автобус находился на расстоянии $s = 20$ км от места отправления. За время, за которое задержавшийся автобус проехал $s = 20$ км, первый автобус проехал $s_1 = 16$ км. На прохождение расстояния $\Delta s = 1$ км второй автобус затрачивает на $\Delta t = 12$ с меньше, чем первый. На каком расстоянии L от места отправления второй автобус догонит первый? Чему равны скорости автобусов v_1 и v_2 ? Считайте, что пробок на дороге нет, и скорости автобусов не меняются.

Дано:

$$s = 20 \text{ км} = 2 \cdot 10^4 \text{ м}$$

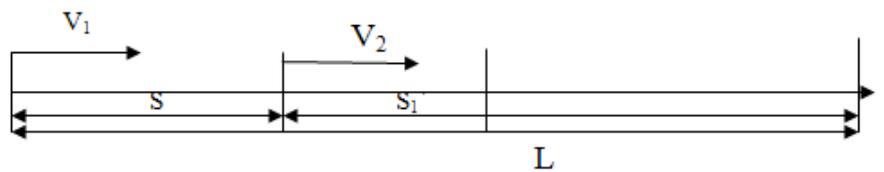
$$s_1 = 16 \text{ км} = 1.6 \cdot 10^4 \text{ м}$$

$$\Delta s = 1 \text{ км} = 10^3 \text{ м}$$

$$\Delta t = 12 \text{ с}$$

$L - ?$

Решение:



Пусть v_1 – скорость первого автобуса,
 v_2 – скорость второго автобуса

Если за время, за которое задержавшийся автобус проехал $s = 20$ км, первый автобус проехал $s_1 = 16$ км, то

$$\frac{s_1}{v_1} = \frac{s}{v_2}, \text{ т.е. } \frac{1.6 \cdot 10^4 \text{ м}}{v_1} = \frac{2 \cdot 10^4 \text{ м}}{v_2} \Bigg|, \text{ откуда: } v_2 = 1.25 \cdot v_1$$

Из другого условия получаем:

$$\Delta t = \frac{\Delta s}{v_1} - \frac{\Delta s}{v_2} = 12 \text{ с}$$

$$\text{Т.е. } \Delta t = \frac{\Delta s}{v_1} - \frac{\Delta s}{1.25 \cdot v_1} = 12 \text{ с} \Bigg|, \text{ откуда: } \frac{10^3}{v_1} \cdot \left(1 - \frac{4}{5}\right) = 12 \text{ с}$$

$$v_1 = \frac{50 \text{ м}}{3 \text{ с}} = 60 \frac{\text{км}}{\text{ч}} \Bigg|, \text{ тогда } v_2 = 1.25 \cdot 60 \frac{\text{км}}{\text{ч}} = 75 \cdot \frac{\text{км}}{\text{ч}}$$

Ответ: 60 км/ч; 75 км/ч

9.2. Малый сосуд удерживают внутри большого так, как показано на рисунке. В дне малого сосуда есть отверстие с втулкой, в которое вставлен цилиндр. Высота цилиндра $h = 21$ см, он может перемещаться относительно втулки без трения и только по вертикали. В малом сосуде находится вода, в большом – спирт, и при этом цилиндр покоится. На какой глубине d под водой находится верхнее основание цилиндра? Плотность воды $\rho_B = 1000$ кг/м³, плотность спирта $\rho_C = 790$ кг/м³, плотность цилиндра $\rho = 600$ кг/м³.

Дано:

$$h = 21 \text{ см} = 0.21 \text{ м}$$

$$\rho_B = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

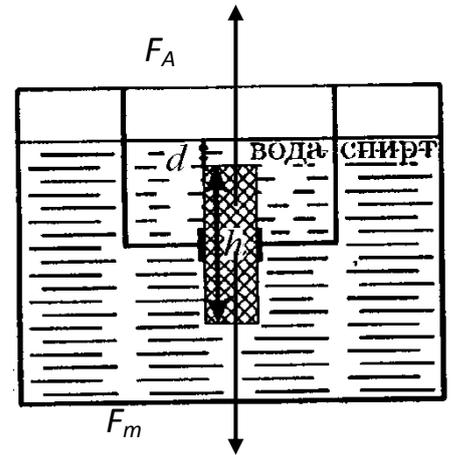
$$\rho_C = 790 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$\rho = 600 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$g = 9.8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$d - ?$

Решение:



На цилиндр действуют сила тяжести и выталкивающая сила (если пренебречь атмосферным давлением), т.к. цилиндр находится в равновесии, то эти силы равны, т.е.

$$F_m = F_A$$

$$F_m = m \cdot g = V \cdot \rho \cdot g = S \cdot h \cdot \rho \cdot g$$

где S – площадь основания цилиндра.

Сила Архимеда создается за счет разности давлений жидкости сверху и снизу, т.е.:

$$F_A = (p_1 - p_2) \cdot S$$

При этом:

$$p_1 = \rho_C \cdot g \cdot (h + d) \text{ - давление снизу, создаваемое водой.}$$

$$p_2 = \rho_B \cdot g \cdot d \text{ - давление сверху, создаваемое спиртом.}$$

Тогда выталкивающая сила:

$$F_A = [\rho_c \cdot g \cdot (h + d) - \rho_b \cdot g \cdot d] \cdot S = [\rho_c \cdot (h + d) - \rho_b \cdot d] \cdot S \cdot g$$

Приравнявая это выражение к выражению для силы тяжести, получим:

$$F_A = [\rho_c \cdot g \cdot (h + d) - \rho_b \cdot g \cdot d] \cdot S = [\rho_c \cdot (h + d) - \rho_b \cdot d] \cdot S \cdot g$$

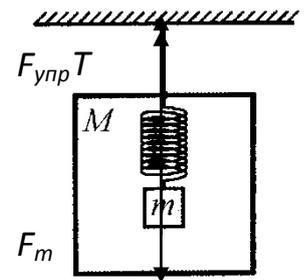
$$h \cdot \rho = \rho_c \cdot h + |\rho_c - \rho_b| \cdot d,$$

Откуда:

$$d = \frac{|\rho_c - \rho_b| \cdot h}{\rho_b - \rho_c}, \quad d = \frac{\left(790 \cdot \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} - 600 \cdot \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}\right) \cdot 0.21 \cdot \text{м}}{1000 \cdot \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} - 790 \cdot \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}} = 0.19 \cdot \text{м} = 19 \cdot \text{см}$$

Ответ: 19 см

9.3. Коробка массой M подвешена на нитке к потолку комнаты (см. рисунок). Внутри коробки на лёгкой пружине подвешен груз массой m . Нитку пережигают. Найдите ускорения груза и коробки сразу после пережигания нити. Ускорение свободного падения равно g .



Дано:

M

M

g

$a - ?$

Решение:

До пережигания нити на груз массой m действовали сила тяжести и сила упругости:

$$F_m = F_{упр}$$

На коробку действовали направленная вниз сила упругости пружины и сила тяжести, а также направленная вверх сила натяжения нити:

$$F_m' = F_{упр} + T$$

После пережигания нити сила натяжения стала равна нулю, а остальные силы не изменились.

По этой причине ускорение груза сразу после пережигания нити будет равно нулю.:

$$F_m + F_{упр} = m \cdot a = 0, \quad a = 0$$

На коробку же будут действовать только силы тяжести и упругости, поэтому ускорение коробки будет равно:

$$F_{упр} + F_m' = M \cdot a'$$

Тогда ускорение:

$$a' = \frac{F_{\text{упр}} + F_m}{M}$$

Т.к. $F_{\text{упр}} = F_m = m \cdot g$, а $F_m' = M \cdot g$, то, подставляя, получим:

$$a' = \frac{(m \cdot g + M \cdot g)}{M} = \frac{(m + M) \cdot g}{M}$$

$$(m + M) \cdot g$$

Ответ: M

9.4. С поверхности земли вертикально вверх бросают камень. Упав на землю, он «втыкается» в нее и мгновенно останавливается. Какой может быть начальная скорость этого камня, чтобы за четвертую секунду после броска его смещение было равно нулю? Ускорение свободного падения принять 10 м/с^2 .

Дано:

$$t^{(4)} = 1 \text{ с}$$

$$\Delta h = 0$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$V_0 = ?$

$$v_0 - g \cdot t = 0, \text{ получаем:}$$

Решение:

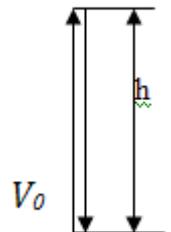
Если за четвертую секунду смещение равно нулю, то к этому времени камень уже остановился, значит, время полета:

$$\Delta t \leq 3 \text{ с}$$

Т.е. вверх тело поднималось не более 1,5 с.

Значит, из уравнения:

$$v_0 - g \cdot t = 0, \text{ откуда: } v_0 \leq 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 1.5 \text{ с} = 15 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$



Ответ: не более 15 м/с

9.5. Резисторы 200 Ом и 500 Ом соединены параллельно (см. рис.), последовательно с этой цепочкой включили резистор 100 Ом. К выводам получившейся последовательно-параллельной схемы несколько раз подключали разные батарейки. Полный заряд, протекший через резистор 500 Ом оказался равным 0,5 Кл. Полное количество тепла, выделившееся в резисторе 200 Ом, равно 10 Дж. Какой полный заряд протек через резистор 100 Ом? Сколько тепла выделилось в резисторе 100 Ом?

Дано:

$$R_1 = 200 \text{ Ом}$$

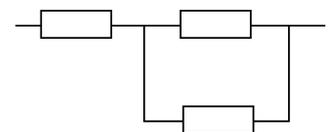
$$R_2 = 500 \text{ Ом}$$

$$R_3 = 100 \text{ Ом}$$

Решение:

В соответствие с условием запишем закон Джоуля-Ленца и формулу заряда:

$$Q_2 = I_2 \cdot t$$



$$\begin{array}{l}
 q_2 = 0.5 \text{ Кл} \\
 Q_1 = 10 \text{ Дж} \\
 q_3 = ? \\
 Q_3 = ?
 \end{array}
 \left| \begin{array}{l}
 Q_1 = |I_1|^2 \cdot R_1 \cdot t \\
 \text{Заметим, что} \\
 I_1 \cdot R_1 = U_1 = U_2 = I_2 \cdot R_2 \text{ - в соответствии с законом} \\
 \text{параллельного соединения}
 \end{array} \right.$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}, \text{ т.е. } I_2 = \frac{R_1}{R_2} \cdot I_1$$

$$\left\{ \begin{array}{l}
 q_2 = \frac{R_1}{R_2} \cdot I_1 \cdot t \\
 Q_1 = |I_1|^2 \cdot R_1 \cdot t
 \end{array} \right.$$

Разделив второе уравнение на первое, найдем силу тока в резисторе 200 Ом.

$$\frac{Q_1}{q_2} = I_1 \cdot R_2, \quad I_1 = \frac{Q_1}{R_2 \cdot q_2},$$

$$I_1 = \frac{10 \text{ Дж}}{500 \text{ Ом} \cdot (0.5 \text{ Кл})} = 0.04 \text{ А}$$

$$\text{Тогда } I_2 = \frac{(200 \text{ Ом})}{(500 \text{ Ом})} \cdot (0.04 \text{ А}) = 0.016 \text{ А}$$

Ток в резисторе 100 Ом равен:

$$I_3 = I_1 + I_2 = (0.04 + 0.016) \text{ А} = 0.056 \text{ А}$$

Время протекания тока:

$$t = \frac{q_2}{I_2}, \quad t = \frac{(0.5 \text{ Кл})}{(0.016 \text{ А})} = 31.25 \text{ с}$$

Тогда:

$$q_3 = I \cdot t, \quad q_3 = 0.056 \text{ А} \cdot 31.25 \text{ с} = 1.75 \text{ Кл}$$

$$Q_3 = I^2 \cdot R_3 \cdot t, \quad Q_3 = (0.056 \text{ А})^2 \cdot 100 \text{ Ом} \cdot 31.25 \text{ с} = 9.8 \text{ Дж}$$

Ответ: 10 Дж