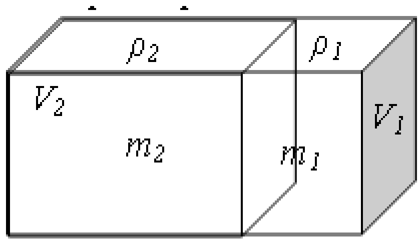
Всероссийский заочный физико-математический лицей "Авангард"

Задания XVI-й Межрегиональной заочной физико-математической олимпиады для школьников 6-10 классов

Вариант 8 класса (на конверте указывается – Ф 8)

8.1. Ученик измерил плотность деревянного бруска, покрытого краской, и она оказалась равной р = 600 кг/м^3. Но на самом деле брусок состоит из двух частей, равных по массе, плотность одной из которых в два раза больше плотности другой. Найдите плотности обеих частей бруска. Массой краски можно пренебречь.



Дано

$$\rho = 600\,\frac{кг}{м^3}$$

$$\rho_1 = 2\rho_2$$

$$m_1 = m_2 = m$$

$$\rho_1, \rho_2 - ■$$

Решение:

Плотность определяется по формуле:

$$\rho = \frac{M}{V}$$.причем: $M = 2m$, а объем:

$$V = V_1 + V_2$$

Где $V_1 = \dfrac{m_1}{\rho_1}$, $V_2 = \dfrac{m_2}{\rho_2}$, при этом:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{m_2 \cdot \rho_2}{m_1 \cdot \rho_1} = \frac{m \cdot 2 \cdot \rho_1}{m \cdot \rho_1} = 2$$

Тогда полный объем:

$$V = 3 \cdot V_1$$

Тогда $\rho = \dfrac{2m}{3 \cdot V_1}$, откуда: $\dfrac{3}{2} \cdot \rho = \dfrac{m}{V_1} = \rho_1$ - плотность первого тела.

Тогда плотность второго тела:

$$\rho_2 = \frac{m}{2 \cdot V_1} = \frac{1}{2} \cdot \rho_1$$

~~Подставляя чис~~ловые данные, получим:

$$\rho_1 = \frac{3}{2} \cdot \left(600 \frac{кг}{м^3} \right) = 900 \cdot \frac{кг}{м^3}$$

$$\rho_2 = \frac{1}{2} \cdot \left(900 \frac{кг}{м^3} \right) = 450 \cdot \frac{кг}{м^3}$$

Ответ: $900 \cdot \frac{кг}{м^3}$, $450 \cdot \frac{кг}{м^3}$.

8.2. Автомобиль едет все время по прямой, его скорость за первый час была 40 км/ч. В течение второго часа он «прибавил» и ехал равномерно, и средняя скорость за первые два часа составила 60 км/ч. Потом он снова прибавил скорости, и средняя скорость за первые три часа оказалась 70 км/ч. Найти среднюю скорость движения на первой и второй половинах пути.

Дано:

$t_1 = 1ч$

$v_1 = 40 \frac{км}{ч}$

$v_2 = v_1 + \Delta v$

$t_2 = 1ч$

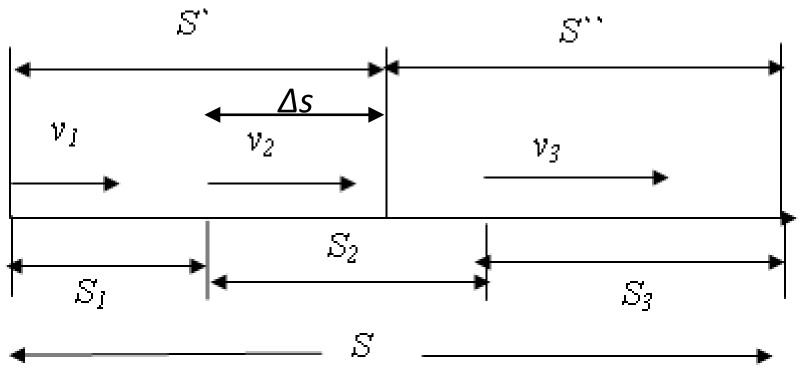
$v_{ср2} = 60 \frac{км}{ч}$

$v_{ср3} = 70 \frac{км}{ч}$

$\cancel{t_3 = 1ч}$

$V_{ср}$\` - ?

$V_{ср}$\`\` - ?



Решение:

Найдем среднюю скорость на пути $s_1 + s_2$ и на всем пути:

$$v_{cp2} = \frac{s_1 + s_2}{t_1 + t_2} = \frac{s_1 + s_2}{2} = 60\frac{км}{ч}$$, откуда $s_1 + s_2 = 120км$

$$v_{cp3} = \frac{s}{t_1 + t_2 + t_3} = \frac{s}{3} = 70\frac{км}{ч}$$, откуда $s = 210км$

Используя условия:

$s_1 = v_1 \cdot t_1 = 40 \cdot км$ и $s_1 + s_2 = 120км$

Определим s_2

$$s_2 = (120 - 40)км = 80км$$

Откуда:

$$s_3 = s - (s_1 + s_2)$$ проехали

$$s_3 = 210км - 120км = 90км$$

Обозначим половины пути:

$$s' = s'' = \frac{s}{2} = 105км$$

И время, за которое пройдена часть пути Δs (см. рисунок):

$$t_1' = \frac{\Delta s}{v_2}, \qquad t_1' = \frac{65км}{80\frac{км}{ч}} = 0.813ч$$

Тогда средняя скорость на первой половине пути:

$$v_{cp}' = \frac{s_1 + \Delta s}{t_1 + t_1'} = \frac{(40 + 65)}{(1 + 0.813)} = 58\frac{км}{ч}$$

Т.к. оставшаяся часть времени движения по пути s_2 добавляется ко времени второй половины пути, то средняя скорость на второй половине пути будет равна:

$$t_3' = 1ч - 0.813ч = 0,187ч$$

$$v_{cp}'' = \frac{(s'')}{t_3 + t_3'} = \frac{105}{(1 + 0.187)} = 88.5\frac{км}{ч}$$

Ответ: $58\frac{км}{ч}$, $88.5\frac{км}{ч}$.

8.3. По прямой реке с постоянной скоростью u = 5 м/с плывёт баржа длиной L = 100 м. На корме баржи стоит матрос. Он начинает ходить по барже от кормы к носу и обратно. Вперёд он идет с постоянной относительно баржи скоростью υ_1 = 1 м/с, а назад с постоянной относительно баржи скоростью υ_2 = 2 м/с. Какой путь пройдёт матрос относительно берега реки, если пройдёт по барже туда и обратно п = 10 раз.

Дано:

$u = 5\frac{м}{с}$

$L = 100м$

$v_1 = 1\frac{м}{с}$

$v_2 = 2\frac{м}{с}$

$n = 10$

l - ?

Решение:

Скорость матроса относительно берега при движении от кормы до носа:

$$v' = v_1 + u = 1 + 5 = 6\frac{м}{с}$$

При ходьбе от носа до кормы:

$$v'' = v_1 - u = 2 - 5 = -3\frac{м}{с}$$

Время движения матроса от кормы до носа и обратно:

$$t' = \frac{L}{v_1} = \frac{100м}{1\frac{м}{с}} = 100с \quad \text{и} \quad t'' = \frac{L}{v_2} = \frac{100м}{2\frac{м}{с}} = 50с$$

За время прохода от кормы до носа матрос переместится относительно берега на расстояние:

$$s_1 = v' \cdot t' = v' \cdot \frac{L}{v_1},$$

$$s_1 = 6 \cdot \frac{м}{с} \cdot \frac{100 \cdot м}{1 \cdot \frac{м}{с}} = 600м$$

За время прохода от носа до кормы матрос переместится относительно берега на расстояние:

$$s_2 = v'' \cdot t'' = v'' \cdot \frac{L}{v_2}$$

$$s_2 = 3 \cdot \frac{м}{с} \cdot \frac{100 \cdot м}{2 \cdot \frac{м}{с}} = 150м$$

Тогда за один прохода туда и обратно матрос переместится относительно берега на:

$$s = s_1 + s_2, \quad s = 600м + 150м = 750м$$

Тогда за 10 проходов:

$$l = 10 \cdot \Delta s = 10 \cdot 750м = 7500м$$

Ответ: 7500 м

8.4. В сосуды, соединённые трубкой с краном, налита вода (см. рис.). Гидростатическое давление в точках A и B равно p_A = 4 кПа и p_B = 1 кПа соответственно, площади поперечного сечения левого и правого сосудов составляют S_A = 3 дм^2 и S_B = 6 дм^2 соответственно. Какое гидростатическое давление установится в точках A и B, если открыть кран?

Дано:

$\rho = 1000 \frac{кг}{м^3}$

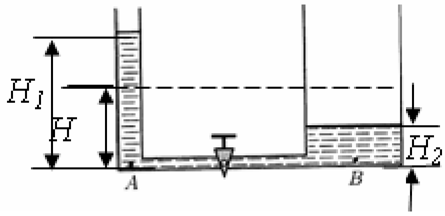
$p_A = 4кПа = 4000Па$

$p_B = 1кПа = 1000Па$

$S_A = 3дм^2 = 3 \cdot 10^{-4} м^2$

$S_B = 6дм^2 = 6 \cdot 10^{-4} м^2$

P - ?



Решение:

Давление жидкости в данной точке сосуде:

$$p_A = \rho \cdot g \cdot H_1 \text{ и } p_B = \rho \cdot g \cdot H_2 \quad (1)$$

Найдем отношение давлений:

$$\frac{p_A}{p_B} = \frac{H_1}{H_2} = 4$$

После открытия крана давление в обоих коленах уравняются и станут равны:

$$p = \rho \cdot g \cdot H \quad (2)$$

Но объемы жидкости в каждом колене:

$V_1 = S_A \cdot H$, $V_2 = S_B \cdot H$, причем полный объем сохранится:

$$V = S_A \cdot H_1 + S_B \cdot H_2 = S_A \cdot (4 \cdot H_2) + S_B \cdot H_2 = H_2 \cdot (4S_A + S_B),$$ т.е.

$$S_A \cdot H + S_B \cdot H = H_2 \cdot (4S_A + S_B)$$

Или

$$H \cdot (S_A + S_B) = H_2 \cdot (4S_A + S_B)$$

Тогда:

$$\frac{H}{H_2} = \frac{(4S_A + S_B)}{(S_A + S_B)} = \frac{\left[4\left(3 \cdot 10^{-4}\right) + 6 \cdot 10^{-4}\right]}{\left(3 \cdot 10^{-4} + 6 \cdot 10^{-4}\right)} = 2 \qquad (3)$$

Выразим *H* из выражения (1):

$$H_2 = \frac{p_B}{(\rho \cdot g)} = \frac{(1000Па)}{\left(1000\frac{кг}{м^3} \cdot 10\frac{м}{с^2}\right)} = 0.1м$$

Тогда $H = 2 \cdot 0.1м = 0.2м$.

Итак, из выражения (2) вычислим искомое давление:

$$p = 1000\frac{кг}{м^3} \cdot \left(10 \cdot \frac{м}{с^2}\right) \cdot (0.2м) = 2000Па = 2кПа$$

Ответ: *2 кПа*

8.5. Палка, стоящая вертикально на горизонтальной площадке, освещаемой солнечным светом, имеет высоту h = 1,2 м и отбрасывает тень длиной L = 0,9 м. Палку начинают медленно наклонять в направлении отбрасываемой ею тени так, что её нижний конец не сдвигается с места. Длина тени при этом до определённого момента увеличивается, а потом начинает уменьшаться. Чему была равна максимальная длина тени от палки?

Дано:

$h = 1.2м$

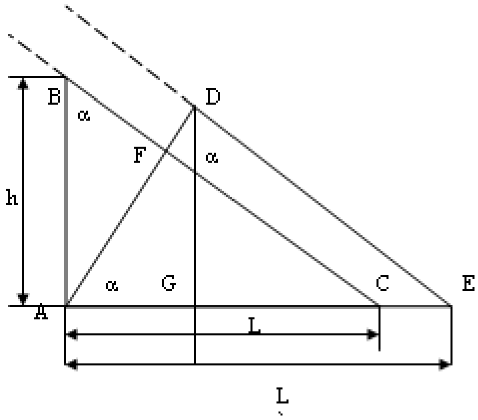
$L = 0.9м$

l - ?

Решение:

Т.к. лучи солнца параллельны, а длина палки не изменяется ($AB = AD$, $\angle ABC = \angle EDG$, $\angle AFB = \angle EGD = 90^0$), то прямоугольные треугольники:

$\Delta ABC = \Delta ADE$ (по стороне и двум углам)



Значит, сторона AE (по условию - максимальная длина тени от палки) является гипотенузой прямоугольного треугольника ADE, равная:

$$AE = BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{L^2 + h^2}$$

$$AE = \sqrt{(0.9м)^2 + (1.2м)^2} = 1.5м$$

Ответ: 1,5 м