

**Всероссийский заочный физико-математический лицей "Авангард"**

**Задания XVI-й Межрегиональной заочной физико-математической олимпиады для школьников 6-10 классов:**

**Вариант 7 класса (на конверте указывается – Ф 7)**

7.1. Автомобиль все время ехал по прямой. Несколько часов он двигался с постоянной скоростью 40 км/ч, затем 1 ч простоял в пробке, после чего еще 2 ч продолжал движение со скоростью 60 км/ч и прибыл в пункт назначения. Найти среднюю скорость автомобиля за все время путешествия. Найти среднюю скорость за последние 2,5 ч движения.

Дано:

$$v_1 = 40 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$$

$$t_2 = 1 \text{ ч}$$

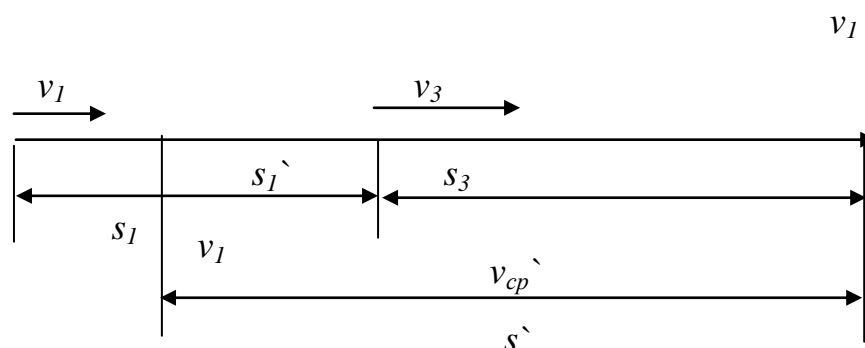
$$v_3 = 60 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$$

$$t_3 = 2 \text{ ч}$$

$$t' = 2.5 \text{ ч}$$

$$v_{\text{cp}}' - ?$$

Решение:



Средняя скорость на всем пути находится по формуле:

$$v_{\text{cp}} = \frac{s}{t} \quad (1),$$

Где  $s$  – весь путь автомобиля,

$$s = s_1 + s_3, \text{ причем}$$

$$s_1 = v_1 \cdot t_1 = 40t_1, \quad s_3 = v_3 \cdot t_3 = 60 \frac{\text{км}}{\text{ч}} 2 \text{ ч} = 120 \text{ км},$$

тогда

$$s = 40t_1 + 120 = 40 \cdot (t_1 + 3)$$

$t$  – полное время движения:

$$t = t_1 + t_2 + t_3 = t_1 + 1 \text{ ч} + 2 \text{ ч} = t_1 + 3$$

Таким образом, средняя скорость:

$$v_{\text{cp}} = \frac{40 \cdot (t_1 + 3)}{t_1 + 3} = 40 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$$

Средняя скорость за последние 2,5 ч движения:

$$v_{cp}' = \frac{s'}{t'}$$

Где  $s'$  - путь, пройденный автомобилем за последние  $t' = 2,5$  ч. Этот путь совпадает с путем  $s_3$ , т.к. последние 1 час он стоял в пробке, а затем 2 часа ехал со скоростью  $v_3$ :

$$s' = v_3 \cdot t_3, \quad s' = 60 \frac{\text{км}}{\text{ч}} \cdot 2\text{ч} = 120\text{км}$$

Тогда средняя скорость за последние 2,5 часа:

$$v_{cp}' = \frac{120\text{км}}{2,5\text{ч}} = 48 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$$

Ответ: 40 км/ч; 48 км/ч

7.2. Статуэтка победителя олимпиады по физике отлита из золота и алюминия – голова сделана из золота (плотность  $19,3 \text{ г/см}^3$ ), ее объем составляет  $2/3$  общего объема статуэтки, остальное – из алюминия (плотность  $2,7 \text{ г/см}^3$ ). Утонет ли статуэтка в озере из жидкой ртути (плотность  $13,6 \text{ г/см}^3$ )?

Дано:

СИ:

$$\rho_3 = 19,3 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} = 19300 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$V_3 = \frac{2}{3} \cdot V$$

$$\rho_{ал} = 2,7 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} = 2700 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$V_{ал} = \frac{1}{3} \cdot V$$

$$\rho_p = 13,6 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} = 13600 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$\rho - ?$

Решение:

По формуле плотности:

$$\rho = \frac{m}{V},$$

Где

$$m = m_1 + m_2$$

$$m_1 = \rho_3 \cdot V_3, m_2 = \rho_{ал} \cdot V_{ал}$$

$$m = \rho_3 \cdot V_3 + \rho_{ал} \cdot V_{ал}$$

$$m = 19300 \cdot \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot \left( \frac{2}{3} \cdot V \right) + 2700 \cdot \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot \left( \frac{1}{3} \cdot V \right) = \frac{41300}{3} \cdot \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot V$$

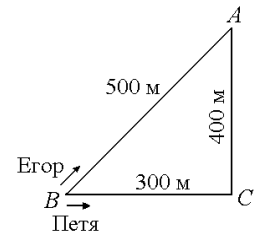
Тогда плотность статуэтки:

$$\rho = \frac{\frac{41300}{3} \cdot \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot V}{V} = 13770 \cdot \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} > 13600 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3},$$

Значит, статуэтка утонет в ртути.

Ответ: утонет.

7.3. Два друга — Егор и Петя — устроили гонки на велосипедах вокруг квартала в дачном посёлке (см. рис.). Стартовав одновременно из точки В в разные стороны (Егор — вдоль улицы ВА, Петя — вдоль улиц ВС и СА), друзья встретились через 4 мин в точке А и продолжили гонки с постоянными по модулю скоростями, объезжая квартал раз за разом в противоположных направлениях. Через какое минимальное время после этой встречи они снова окажутся вместе в точке А?



Дано:	СИ:
$t_1 = t_2 = 4 \text{ мин}$	$= 240 \text{ с}$
$s_E = 500 \text{ м}$	
$s_{II} = 700 \text{ м}$	
$t - ?$	

Решение:  
Скорость Егора:

$$v_E = \frac{s_E}{t_1} = \frac{(500 \text{ м})}{(240 \text{ с})} = \frac{25 \text{ м}}{12 \text{ с}}$$

Скорость Пети:

$$v_{II} = \frac{s_{II}}{t_2} = \frac{(700 \text{ м})}{(240 \text{ с})} = \frac{35 \text{ м}}{12 \text{ с}}$$

Пусть, через время  $t$  они снова встретятся в точке А, к этому времени каждый из них пройдет несколько раз по периметру треугольника, равного

$$p = 500 + 400 + 300 = 1200 \text{ м},$$

т.е.

$$s_E = \frac{25 \text{ м}}{12 \text{ с}} \cdot t = 1200k$$

$$s_{II} = \frac{35 \text{ м}}{12 \text{ с}} \cdot t = 1200n$$

Разделив одно уравнение на другое и, учитывая, что  $k$  и  $n$  — целые числа, получим:

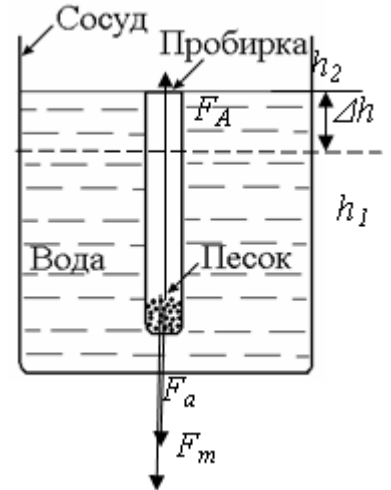
$$\frac{35}{25} = \frac{n}{k} = \frac{7}{5}$$

Тогда при  $n = 7$ ,  $k = 5$  — получим минимальный периметр, т.е.

$$s_E = \frac{25 \text{ м}}{12 \text{ с}} \cdot t = 6000 \text{ м}, \text{ откуда } t = \frac{(6000 \text{ м})}{\left(\frac{25 \text{ м}}{12 \text{ с}}\right)} = 2880 \text{ с} = 48 \text{ мин}$$

Ответ: 48 мин.

7.4. У школьника Андрея есть стеклянная пробирка массой  $M = 80$  г и вместительностью  $V = 60$  мл. Он опустил пробирку в цилиндрический сосуд с водой и постепенно насыпал на дно пробирки песок до тех пор, пока она не погрузилась в воду по горлышко (см. рис.). Затем Андрей измерил массу песка, находившегося в пробирке в этот момент, и она оказалась равной  $m = 12$  г. Внутренний радиус сосуда, в который опущена пробирка, равен  $R = 5$  см. Плотность воды равна  $\rho_a = 1$  г/см<sup>3</sup>. Определите по этим данным плотность стекла пробирки и вычислите, на сколько поднялся уровень воды в сосуде в результате погружения пробирки в воду.



Дано:

$$\begin{aligned}
 M &= 80\text{г} = 0.08\text{кг} \\
 V &= 60\text{мл} = 0.00006\text{м}^3 \\
 m &= 12\text{г} = 0.012\text{кг} \\
 R &= 5\text{см} = 0.05\text{м} \\
 \rho_v &= 1 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \\
 g &= 9.8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \\
 \rho_a &= 101325\text{Па}
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{|l}
 \rho - ? \\
 \Delta h - ?
 \end{array}$$

Решение:

На пробирку в воде действуют 3 силы:

$$F_A = F_m + F_a, \text{ где}$$

Выталкивающая сила:

$$F_A = \rho_v \cdot g \cdot V$$

Сила тяжести для пробирки с песком:

$$F_m = (M + m) \cdot g$$

Вес воздуха:

$$F_a = \rho_{\text{возд}} \cdot V \cdot g, \text{ где } \rho_{\text{возд}} = 1.29 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

Подставляя, получим:

$$\rho_v \cdot g \cdot V = (M + m) \cdot g + \rho_{\text{возд}} \cdot V \cdot g$$

$$\rho_v \cdot V = (M + m) + \rho_{\text{возд}} \cdot V_{\text{возд}}$$

$$\text{Но } \rho_v \cdot (V_{\text{ст}} + V) = M + m + \rho_{\text{возд}} \cdot V,$$

при этом:

$$V_{\text{ст}} = \frac{M}{\rho_{\text{ст}}}, \text{ тогда:}$$

$$\rho_{\text{в}} \cdot \left( \frac{M}{\rho_{\text{ст}}} + V \right) = M + m + \rho_{\text{возд}} \cdot V$$

$$\frac{M \cdot \rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{ст}}} + V \cdot \rho_{\text{в}} = M + m + \rho_{\text{возд}} \cdot V$$

Откуда можно выразить плотность стекла:

$$\rho_{\text{ст}} = \frac{M \cdot \rho_{\text{в}}}{M + m + \rho_{\text{возд}} \cdot V - V \cdot \rho_{\text{в}}}$$

Производя вычисления, получим:

$$\rho_{\text{ст}} = \frac{\left[ 0.08 \text{ кг} \cdot \left( 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \right) \right]}{\left[ 0.08 \text{ кг} + 0.012 \text{ кг} + 1.29 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot \left| 0.00006 \text{ м}^3 \right| - 0.00006 \text{ м}^3 \cdot \left( 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \right) \right]} = 2500 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

Теперь мы можем узнать объем вытесненной воды:

$$F_A = \rho_{\text{в}} \cdot g \cdot V_{\text{в}} = \left[ M + m + \rho_{\text{возд}} \cdot V \right] \cdot g$$

$$F_A = \left[ 0.08 \text{ кг} + 0.012 \text{ кг} + 1.29 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot \left| 0.00006 \text{ м}^3 \right| \right] \cdot \left( 9.8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right) = 0.902 \text{ Н}$$

Тогда

$$V_{\text{в}} = \frac{F_A}{\rho_{\text{в}} \cdot g};$$

$$V_{\text{в}} = \frac{0.902 \text{ Н}}{\left[ 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot \left( 9.8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \right) \right]} = 0.00009 \text{ м}^3$$

Т.к. площадь сосуда, в который опущена пробирка, равен  $R = 5$  см, а площадь дна:

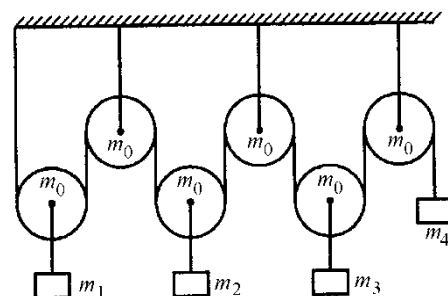
$$S = \pi \cdot R^2, \text{ причем } V = S \cdot \Delta h = \pi \cdot R^2 \cdot \Delta h, \text{ то}$$

$$\Delta h = \frac{V}{\pi \cdot R^2},$$

$$\Delta h = \frac{0.00009 \text{ м}^3}{\pi \cdot (0.05 \text{ м})^2} = 0.011 \text{ м} = 1.1 \text{ см}$$

Ответ:  $2500 \text{ кг/м}^3$ ;  $1,1 \text{ см}$ .

7.5. В системе, изображённой на рисунке, масса самого правого груза равна  $m_4 = 1 \text{ кг}$ , а массы всех блоков одинаковы и равны  $m_0 = 300 \text{ г}$ . Система уравновешена и неподвижна. Найдите массы грузов  $m_1$ ,  $m_2$  и  $m_3$ . Массой троса и трением в блоках пренебречь.



Дано:	СИ:
$m_4 = 1 \text{ кг}$	
$m_0 = 300 \text{ г} = 0,3 \text{ кг}$	
$m_1 - ?$	
$m_2 - ?$	
$m_3 - ?$	

Решение:  
 Правый груз  $m_4$  уравновешивается левым грузом  $m_3 + m_0$ , т.к. блок имеет массу, а масса неподвижного блока не влияет на условие равновесия. Учитывая, что подвижный блок дает выигрыш в силе в 2 раза, можем записать условие равновесия:

$$(m_3 + m_0) \cdot g = 2 \cdot (m_4 \cdot g)$$

Откуда:

$$m_3 = 2 \cdot m_4 - m_0$$

$$m_3 = 2 \cdot 1 \text{ кг} - 0,3 \text{ кг} = 1,7 \text{ кг}$$

В системе 3 подвижных блока, но каждый уравновешивается соседним, поэтому их массы равны, т.е.

$$m_1 + m_0 = m_2 + m_0 = m_3 + m_0 = 2 \cdot m_4$$

Значит:  $m_1 = m_2 = m_3 = 2 \cdot m_4 - m_0 = 1,7 \text{ кг}$

Ответ: 1,7 кг

**Вариант 8 класса (на конверте указывается – Ф 8)**

8.1. Ученик измерил плотность деревянного бруска, покрытого краской, и она оказалась равной  $\rho = 600 \text{ кг/м}^3$ . Но на самом деле брусок состоит из двух частей, равных по массе, плотность одной из которых в два раза больше плотности другой. Найдите плотности обеих частей бруска. Массой краски можно пренебречь.

$$\left( \begin{array}{l} \text{Дано} \\ \rho = 600 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \\ \rho_1 = 2\rho_2 \\ m_1 = m_2 = m \\ \rho_1, \rho_2 - ? \end{array} \right)$$

Решение:  
Плотность определяется по формуле:

$$\rho = \frac{M}{V} \text{ . причем:}$$

$$M = 2m, \text{ а объем:}$$

$$V = V_1 + V_2$$

$$V_1 = \frac{m_1}{\rho_1}, \quad V_2 = \frac{m_2}{\rho_2},$$

Где  
при этом:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{m_2 \cdot \rho_2}{m_1 \cdot \rho_1} = \frac{m \cdot 2 \cdot \rho_1}{m \cdot \rho_1} = 2$$

Тогда полный объем:

$$V = 3 \cdot V_1$$

Тогда  $\rho = \frac{2m}{3 \cdot V_1}$ , откуда:  $\frac{3}{2} \cdot \rho = \frac{m}{V_1} = \rho_1$  - плотность первого тела.

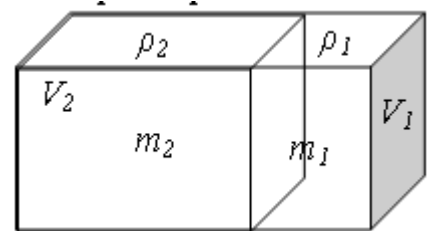
Тогда плотность второго тела:

$$\rho_2 = \frac{m}{2 \cdot V_1} = \frac{1}{2} \cdot \rho_1$$

Подставляя числовые данные, получим:

$$\rho_1 = \frac{3}{2} \cdot \left( 600 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \right) = 900 \cdot \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$\rho_2 = \frac{1}{2} \cdot \left( 900 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \right) = 450 \cdot \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$



Ответ:  $900 \cdot \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ ,  $450 \cdot \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ .

8.2. Автомобиль едет все время по прямой, его скорость за первый час была 40 км/ч. В течение второго часа он «прибавил» и ехал равномерно, и средняя скорость за первые два часа составила 60 км/ч. Потом он снова прибавил скорости, и средняя скорость за первые три часа оказалась 70 км/ч. Найти среднюю скорость движения на первой и второй половинах пути.

Дано:

$$t_1 = 1\text{ч}$$

$$v_1 = 40 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$$

$$v_2 = v_1 + \Delta v$$

$$t_2 = 1\text{ч}$$

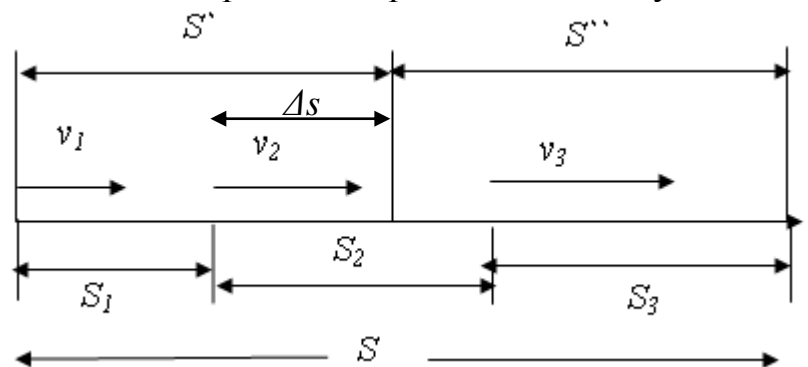
$$v_{\text{ср}2} = 60 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$$

$$v_{\text{ср}3} = 70 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$$

$$t_3 = 1\text{ч}$$

$$V_{\text{ср}}' - ?$$

$$V_{\text{ср}}'' - ?$$



Решение:

Найдем среднюю скорость на пути  $s_1 + s_2$  и на всем пути:

$$v_{\text{ср}2} = \frac{s_1 + s_2}{t_1 + t_2} = \frac{s_1 + s_2}{2} = 60 \frac{\text{км}}{\text{ч}}, \text{ откуда } s_1 + s_2 = 120 \text{ км}$$

$$v_{\text{ср}3} = \frac{s}{t_1 + t_2 + t_3} = \frac{s}{3} = 70 \frac{\text{км}}{\text{ч}}, \text{ откуда } s = 210 \text{ км}$$

Используя условия:

$$s_1 = v_1 \cdot t_1 = 40 \cdot \text{км} \quad \text{и} \quad s_1 + s_2 = 120 \text{ км}$$

Определим  $s_2$

$$s_2 = (120 - 40) \text{ км} = 80 \text{ км}$$

Откуда:

$$s_3 = s - (s_1 + s_2) \text{ проехали}$$

$$s_3 = 210 \text{ км} - 120 \text{ км} = 90 \text{ км}$$

Обозначим половины пути:



$$s' = s'' = \frac{s}{2} = 105 \text{ км}$$

И время, за которое пройдена часть пути  $\Delta s$  (см. рисунок):

$$t_1' = \frac{\Delta s}{v_2}, \quad t_1' = \frac{65 \text{ км}}{80 \frac{\text{км}}{\text{ч}}} = 0.813 \text{ ч}$$

Тогда средняя скорость на первой половине пути:

$$v_{cp}' = \frac{|s_1 + \Delta s|}{|t_1 + t_1'|} = \frac{(40 + 65)}{(1 + 0.813)} = 58 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$$

Т.к. оставшаяся часть времени движения по пути  $s_2$  добавляется ко времени второй половины пути, то средняя скорость на второй половине пути будет равна:

$$t_3' = 1 \text{ ч} - 0.813 \text{ ч} = 0.187 \text{ ч}$$

$$v_{cp}'' = \frac{(s'')}{|t_3 + t_3'|} = \frac{105}{(1 + 0.187)} = 88.5 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$$

Ответ:  $58 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ ,  $88.5 \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ .

8.3. По прямой реке с постоянной скоростью  $u = 5 \text{ м/с}$  плывёт баржа длиной  $L = 100 \text{ м}$ . На корме баржи стоит матрос. Он начинает ходить по барже от кормы к носу и обратно. Вперёд он идет с постоянной относительно баржи скоростью  $v_1 = 1 \text{ м/с}$ , а назад с постоянной относительно баржи скоростью  $v_2 = 2 \text{ м/с}$ . Какой путь пройдёт матрос относительно берега реки, если пройдёт по барже туда и обратно  $n = 10$  раз.

<p>Дано:</p> $u = 5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ $L = 100 \text{ м}$ $v_1 = 1 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ $v_2 = 2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ $n = 10$ $l - ?$	<p>Решение:</p> <p>Скорость матроса относительно берега при движении от кормы до носа:</p> $v' = v_1 + u = 1 + 5 = 6 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ <p>При ходьбе от носа до кормы:</p> $v'' = v_1 - u = 2 - 5 = -3 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ <p>Время движения матроса от кормы до носа и обратно:</p> $t' = \frac{L}{v_1} = \frac{100 \text{ м}}{1 \frac{\text{м}}{\text{с}}} = 100 \text{ с} \quad t'' = \frac{L}{v_2} = \frac{100 \text{ м}}{2 \frac{\text{м}}{\text{с}}} = 50 \text{ с}$ <p style="text-align: center;">и</p>
--	---

За время прохода от кормы до носа матрос переместится относительно берега на расстояние:

$$s_1 = v' \cdot t' = v' \cdot \frac{L}{v_1}$$

$$s_1 = 6 \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot \frac{100 \cdot \text{м}}{1 \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}}} = 600 \text{ м}$$

За время прохода от носа до кормы матрос переместится относительно берега на расстояние:

$$s_2 = v'' \cdot t'' = v'' \cdot \frac{L}{v_2}$$

$$s_2 = 3 \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot \frac{100 \cdot \text{м}}{2 \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}}} = 150 \text{ м}$$

Тогда за один прохода туда и обратно матрос переместится относительно берега на:

$$s = s_1 + s_2, \quad s = 600 \text{ м} + 150 \text{ м} = 750 \text{ м}$$

Тогда за 10 проходов:

$$l = 10 \cdot \Delta s = 10 \cdot 750 \text{ м} = 7500 \text{ м}$$

Ответ: 7500 м

8.4. В сосуды, соединённые трубкой с краном, налита вода (см. рис.). Гидростатическое давление в точках А и В равно  $p_A = 4 \text{ кПа}$  и  $p_B = 1 \text{ кПа}$  соответственно, площади поперечного сечения левого и правого сосудов составляют  $S_A = 3 \text{ дм}^2$  и  $S_B = 6 \text{ дм}^2$  соответственно. Какое гидростатическое давление установится в точках А и В, если открыть кран?

Дано:

$$\rho = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$p_A = 4 \text{ кПа} = 4000 \text{ Па}$$

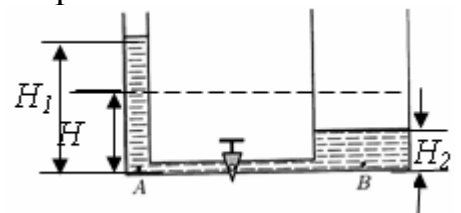
$$p_B = 1 \text{ кПа} = 1000 \text{ Па}$$

$$S_A = 3 \text{ дм}^2 = 3 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$$

$$S_B = 6 \text{ дм}^2 = 6 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$$


---

$P - ?$



Решение:

Давление жидкости в данной точке сосуда:

$$p_A = \rho \cdot g \cdot H_1 \quad \text{и} \quad p_B = \rho \cdot g \cdot H_2 \quad (1)$$

Найдем отношение давлений:

$$\frac{p_A}{p_B} = \frac{H_1}{H_2} = 4$$

После открытия крана давление в обоих коленах уравниваются и станут равны:

$$p = \rho \cdot g \cdot H \quad (2)$$

Но объемы жидкости в каждом колене:

$$V_1 = S_A \cdot H, \quad V_2 = S_B \cdot H, \quad \text{причем полный объем сохранится:}$$

$$V = S_A \cdot H_1 + S_B \cdot H_2 = S_A \cdot (4 \cdot H_2) + S_B \cdot H_2 = H_2 \cdot (4S_A + S_B), \quad \text{т.е.}$$

$$S_A \cdot H + S_B \cdot H = H_2 \cdot (4S_A + S_B)$$

Или

$$H \cdot (S_A + S_B) = H_2 \cdot (4S_A + S_B)$$

Тогда:

$$\frac{H}{H_2} = \frac{(4S_A + S_B)}{(S_A + S_B)} = \frac{[4(3 \cdot 10^{-4}) + 6 \cdot 10^{-4}]}{(3 \cdot 10^{-4} + 6 \cdot 10^{-4})} = 2 \quad (3)$$

Выразим  $H$  из выражения (1):

$$H_2 = \frac{p_B}{(\rho \cdot g)} = \frac{(1000 \text{Па})}{\left(1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}\right)} = 0.1 \text{м}$$

Тогда  $H = 2 \cdot 0.1 \text{м} = 0.2 \text{м}$ .

Итак, из выражения (2) вычислим искомое давление:

$$p = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot \left(10 \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2}\right) \cdot (0.2 \text{м}) = 2000 \text{Па} = 2 \text{кПа}$$

Ответ: 2 кПа

8.5. Палка, стоящая вертикально на горизонтальной площадке, освещаемой солнечным светом, имеет высоту  $h = 1,2 \text{ м}$  и отбрасывает тень длиной  $L = 0,9 \text{ м}$ . Палку начинают медленно наклонять в направлении отбрасываемой ею тени так, что её нижний конец не сдвигается с места. Длина тени при этом до определённого момента увеличивается, а потом начинает уменьшаться. Чему была равна максимальная длина тени от палки?

Дано:

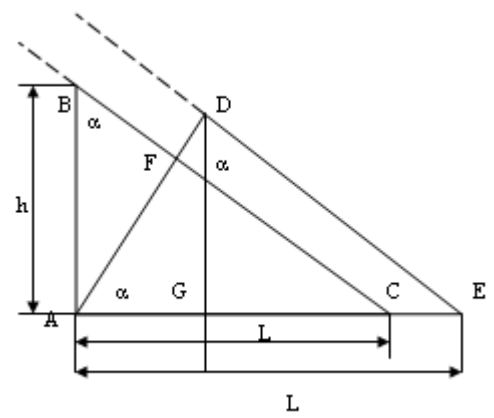
$$h = 1.2 \text{ м}$$

$$L = 0.9 \text{ м}$$

$$l - ?$$

Решение:

Т.к. лучи солнца параллельны, а длина палки не изменяется ( $AB = AD$ ,  $\angle ABC = \angle EDG$ ,  $\angle AFB = \angle EGD = 90^\circ$ ), то прямоугольные треугольники:  $\triangle ABC = \triangle ADE$  (по стороне и двум углам)



Значит, сторона АЕ (по условию - максимальная длина тени от палки) является гипотенузой прямоугольного треугольника АДЕ, равная:

$$AE = BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{L^2 + h^2}$$
$$AE = \sqrt{(0.9\text{м})^2 + (1.2\text{м})^2} = 1.5\text{м}$$

Ответ: 1,5 м

**Вариант 9 класса (на конверте указывается – Ф 9)**

9.1. Два экскурсионных автобуса со школьниками должны были отправиться из Москвы в Санкт-Петербург, но один из автобусов задержался с отправлением. Когда задержавшийся автобус выехал, первый автобус находился на расстоянии  $s = 20$  км от места отправления. За время, за которое задержавшийся автобус проехал  $s = 20$  км, первый автобус проехал  $s_1 = 16$  км. На прохождение расстояния  $\Delta s = 1$  км второй автобус затрачивает на  $\Delta t = 12$  с меньше, чем первый. На каком расстоянии  $L$  от места отправления второй автобус догонит первый? Чему равны скорости автобусов  $v_1$  и  $v_2$ ? Считайте, что пробок на дороге нет, и скорости автобусов не меняются.

Дано:

$$s = 20 \text{ км} = 2 \cdot 10^4 \text{ м}$$

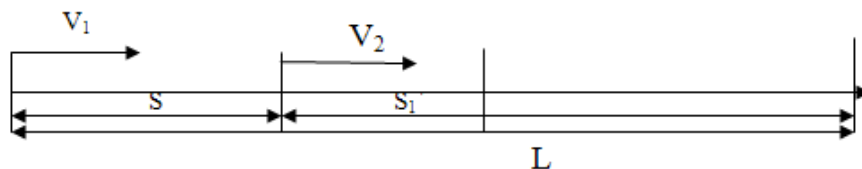
$$s_1 = 16 \text{ км} = 1.6 \cdot 10^4 \text{ м}$$

$$\Delta s = 1 \text{ км} = 10^3 \text{ м}$$

$$\Delta t = 12 \text{ с}$$

$L - ?$

Решение:



Пусть  $v_1$  – скорость первого автобуса,  
 $v_2$  – скорость второго автобуса

Если за время, за которое задержавшийся автобус проехал  $s = 20$  км, первый автобус проехал  $s_1 = 16$  км, то

$$\frac{s_1}{v_1} = \frac{s}{v_2}, \text{ т.е. } \frac{1.6 \cdot 10^4 \text{ м}}{v_1} = \frac{2 \cdot 10^4 \text{ м}}{v_2}, \text{ откуда: } v_2 = 1.25 \cdot v_1$$

Из другого условия получаем:

$$\Delta t = \frac{\Delta s}{v_1} - \frac{\Delta s}{v_2} = 12 \text{ с}$$

$$\text{Т.е. } \Delta t = \frac{\Delta s}{v_1} - \frac{\Delta s}{1.25 \cdot v_1} = 12 \text{ с}, \text{ откуда: } \frac{10^3}{v_1} \cdot \left(1 - \frac{4}{5}\right) = 12 \text{ с}$$

$$v_1 = \frac{50 \text{ м}}{3 \text{ с}} = 60 \frac{\text{км}}{\text{ч}} \left|, \text{ тогда } v_2 = 1.25 \cdot 60 \frac{\text{км}}{\text{ч}} = 75 \cdot \frac{\text{км}}{\text{ч}}\right.$$

Ответ: 60 км/ч; 75 км/ч

9.2. Малый сосуд удерживают внутри большого так, как показано на рисунке. В дне малого сосуда есть отверстие с втулкой, в которое вставлен цилиндр. Высота цилиндра  $h = 21$  см, он может перемещаться относительно втулки без трения и только по вертикали. В малом сосуде находится вода, в большом – спирт, и при этом цилиндр покоится. На какой глубине  $d$  под водой находится верхнее основание цилиндра? Плотность воды  $\rho_v = 1000 \text{ кг/м}^3$ , плотность спирта  $\rho_c = 790 \text{ кг/м}^3$ , плотность цилиндра  $\rho = 600 \text{ кг/м}^3$ .

Дано:

$$h = 21 \text{ см} = 0.21 \text{ м}$$

$$\rho_v = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

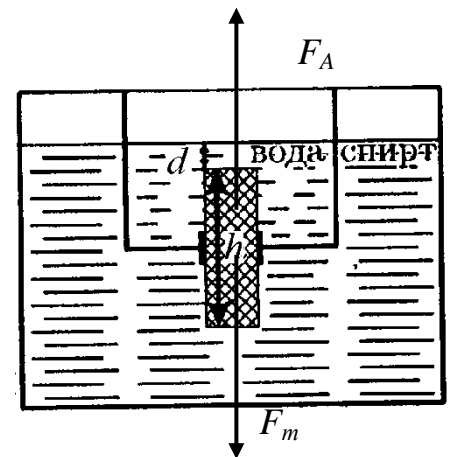
$$\rho_c = 790 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$\rho = 600 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$

$$g = 9.8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$d - ?$

Решение:



На цилиндр действуют сила тяжести и выталкивающая сила (если пренебречь атмосферным давлением), т.к. цилиндр находится в равновесии, то эти силы равны, т.е.

$$F_m = F_A$$

$$F_m = m \cdot g = V \cdot \rho \cdot g = S \cdot h \cdot \rho \cdot g$$

где  $S$  – площадь основания цилиндра.

Сила Архимеда создается за счет разности давлений жидкости сверху и снизу, т.е.:

$$F_A = (p_1 - p_2) \cdot S$$

При этом:

$$p_1 = \rho_c \cdot g \cdot (h + d) \text{ - давление снизу, создаваемое водой.}$$

$$p_2 = \rho_v \cdot g \cdot d \text{ - давление сверху, создаваемое спиртом.}$$

Тогда выталкивающая сила:

$$F_A = [\rho_c \cdot g \cdot (h + d) - \rho_b \cdot g \cdot d] \cdot S = [\rho_c \cdot (h + d) - \rho_b \cdot d] \cdot S \cdot g$$

Приравнявая это выражение к выражению для силы тяжести, получим:

$$F_A = [\rho_c \cdot g \cdot (h + d) - \rho_b \cdot g \cdot d] \cdot S = [\rho_c \cdot (h + d) - \rho_b \cdot d] \cdot S \cdot g$$

$$h \cdot \rho = \rho_c \cdot h + |\rho_c - \rho_b| \cdot d,$$

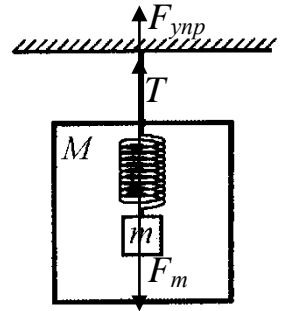
Откуда:

$$d = \frac{|\rho_c - \rho| \cdot h}{\rho_b - \rho_c},$$

$$d = \frac{\left(790 \cdot \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} - 600 \cdot \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}\right) \cdot 0.21 \cdot \text{м}}{1000 \cdot \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} - 790 \cdot \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}} = 0.19 \cdot \text{м} = 19 \cdot \text{см}$$

Ответ: 19 см

9.3. Коробка массой  $M$  подвешена на нитке к потолку комнаты (см. рисунок). Внутри коробки на лёгкой пружине подвешен груз массой  $m$ . Нитку пережигают. Найдите ускорения груза и коробки сразу после пережигания нити. Ускорение свободного падения равно  $g$ .



Дано:  
 $M$   
 $M$   
 $g$   
 $a - ?$

Решение:

До пережигания нити на груз массой  $m$  действовали сила тяжести и сила упругости:

$$F_m = F_{\text{упр}}$$

На коробку действовали направленная вниз сила упругости пружины и сила тяжести, а также направленная вверх сила натяжения нити:

$$F_m' = F_{\text{упр}} + T$$

После пережигания нити сила натяжения стала равна нулю, а остальные силы не изменились.

По этой причине ускорение груза сразу после пережигания нити будет равно нулю.:

$$F_m + F_{\text{упр}} = m \cdot a = 0, \quad a = 0$$

На коробку же будут действовать только силы тяжести и упругости, поэтому ускорение коробки будет равно:

$$F_{\text{упр}} + F_m' = M \cdot a'$$

Тогда ускорение:

$$a' = \frac{F_{\text{упр}} + F_m'}{M}$$

Т.к.  $F_{\text{упр}} = F_m = m \cdot g$ , а  $F_m' = M \cdot g$ , то, подставляя, получим:

$$a' = \frac{(m \cdot g + M \cdot g)}{M} = \frac{(m + M) \cdot g}{M}$$

$$(m + M) \cdot g$$

Ответ:  $M$

9.4. С поверхности земли вертикально вверх бросают камень. Упав на землю, он «втыкается» в нее и мгновенно останавливается. Какой может быть начальная скорость этого камня, чтобы за четвертую секунду после броска его смещение было равно нулю? Ускорение свободного падения принять  $10 \text{ м/с}^2$ .

Дано:

$$t^{(4)} = 1 \text{ с}$$

$$\Delta h = 0$$

$$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

$V_0 - ?$

$$v_0 - g \cdot t = 0$$

Решение:

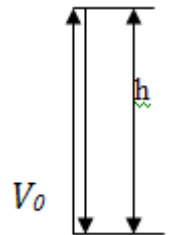
Если за четвертую секунду смещение равно нулю, то к этому времени камень уже остановился, значит, время полета:

$$\Delta t \leq 3 \text{ с}$$

Т.е. вверх тело поднималось не более 1,5 с.

Значит, из уравнения:

$$v_0 - g \cdot t = 0, \text{ откуда: } v_0 \leq 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 1.5 \text{ с} = 15 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$



Ответ: не более 15 м/с

9.5. Резисторы 200 Ом и 500 Ом соединены параллельно (см. рис.), последовательно с этой цепочкой включили резистор 100 Ом. К выводам получившейся последовательно-параллельной схемы несколько раз подключали разные батарейки. Полный заряд, протекший через резистор 500 Ом оказался равным 0,5 Кл. Полное количество тепла, выделившееся в резисторе 200 Ом, равно 10 Дж. Какой полный заряд протек через резистор 100 Ом? Сколько тепла выделилось в резисторе 100 Ом?

Дано:

$$R_1 = 200 \text{ Ом}$$

$$R_2 = 500 \text{ Ом}$$

$$R_3 = 100 \text{ Ом}$$

$$q_2 = 0.5 \text{ Кл}$$

$$Q_1 = 10 \text{ Дж}$$

$q_3 - ?$

$Q_3 - ?$

Решение:

В соответствие с условием запишем

закон Джоуля-Ленца и формулу заряда:

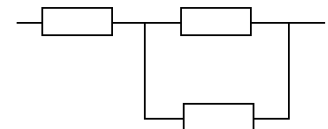
$$q_2 = I_2 \cdot t$$

$$Q_1 = |I_1|^2 \cdot R_1 \cdot t$$

Заметим, что

$$I_1 \cdot R_1 = U_1 = U_2 = I_2 \cdot R_2 \text{ - в соответствии с законом}$$

параллельного соединения





$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}, \text{ т.е. } I_2 = \frac{R_1}{R_2} \cdot I_1$$

$$\begin{cases} q_2 = \frac{R_1}{R_2} \cdot I_1 \cdot t \\ Q_1 = |I_1|^2 \cdot R_1 \cdot t \end{cases}$$

Разделив второе уравнение на первое, найдем силу тока в резисторе 200 Ом.

$$\frac{Q_1}{q_2} = I_1 \cdot R_2 \quad I_1 = \frac{Q_1}{R_2 \cdot q_2},$$

$$I_1 = \frac{10 \text{ Дж}}{500 \text{ Ом} \cdot (0.5 \text{ Кл})} = 0.04 \text{ А}$$

$$\text{Тогда } I_2 = \frac{(200 \text{ Ом})}{(500 \text{ Ом})} \cdot (0.04 \text{ А}) = 0.016 \text{ А}$$

Ток в резисторе 100 Ом равен:

$$I_3 = I_1 + I_2 = (0.04 + 0.016) \text{ А} = 0.056 \text{ А}$$

Время протекания тока:

$$t = \frac{q_2}{I_2}, \quad t = \frac{(0.5 \text{ Кл})}{(0.016 \text{ А})} = 31.25 \text{ с}$$

Тогда:

$$q_3 = I \cdot t, \quad q_3 = 0.056 \text{ А} \cdot 31.25 \text{ с} = 1.75 \text{ Кл}$$

$$Q_3 = I^2 \cdot R_3 \cdot t \quad Q_3 = (0.056 \text{ А})^2 \cdot 100 \text{ Ом} \cdot 31.25 \text{ с} = 9.8 \text{ Дж}$$

Ответ: 10 Дж